



**AGRUPAMENTO DE ESCOLAS PIONEIROS DA AVIAÇÃO PORTUGUESA**  
**ESCOLA SECUNDÁRIA DA AMADORA**  
**Ano Letivo de 2021/2022**



**EXAME DE FREQUÊNCIA NÃO PRESENCIAL**

**Ensino Secundário Recorrente - Módulos Capitalizáveis**

**Matriz da Prova de Matemática A Módulos 4/5/6**

**Duração da prova: 135 min**

**1ª, 2ª e 3ª Épocas**

OBJETIVOS	CONTEÚDOS	CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO	ESTRUTURA	COTAÇÕES (em pontos)
<ul style="list-style-type: none"> <li>Estudar a monotonia de uma sucessão.</li> <li>Identificar sucessões limitadas, determinando majorantes e minorantes do conjunto de termos.</li> <li>Identificar uma progressão aritmética.</li> <li>Determinar a razão e o termo geral de uma progressão aritmética.</li> <li>Calcular a soma de termos consecutivos numa progressão aritmética.</li> <li>Resolver problemas que envolvam o estudo de progressões aritméticas.</li> <li>Identificar uma progressão geométrica.</li> <li>Determinar a razão e o termo geral de uma progressão geométrica.</li> <li>Calcular a soma de termos consecutivos de uma progressão geométrica.</li> <li>Resolver problemas que envolvam o estudo de progressões geométricas.</li> <li>Identificar sucessões convergentes.</li> <li>Justificar a convergência (ou não convergência) de sucessões.</li> <li>Determinar o limite de uma sucessão convergente.</li> <li>Operar com limites de sucessões convergentes.</li> <li>Efetuar o levantamento algébrico de indeterminações, calculando limites de sucessões.</li> </ul>	<p><b>Sucessões de números reais</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Sucessões definidas por recorrência;</li> <li>Majorantes e minorantes de um conjunto de números reais;</li> <li>Estudo da monotonia de sucessões de números reais;</li> <li>Estudo da limitação de sucessões de números reais;</li> <li>Progressões aritméticas e progressões geométricas (termo geral e soma de um número consecutivo de termos).</li> </ul> <p><b>Limites de sucessões</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Conceito de limite de uma sucessão;</li> <li>Relação da convergência de uma sucessão com a sua monotonia e limitação;</li> <li>Limites infinitos;</li> <li>Propriedades e regras operatórias dos limites de sucessões;</li> <li>Operações/propriedades envolvendo sucessões convergentes e/ou sucessões com limites infinitos;</li> <li>Identificar os limites das sucessões de termo geral, <math>a^n, \sqrt[n]{a}</math> (<math>a &gt; 0</math>), <math>n^p</math>, (<math>p \in \mathbb{Q}</math>);</li> </ul>	<p>A cotação a atribuir a cada alínea será sempre um número inteiro de pontos.</p> <p>Será valorizado o raciocínio em cada uma das questões. A classificação não será prejudicada pela utilização de dados incorretos, obtidos em cálculos anteriores, desde que o grau de dificuldade se mantenha.</p> <p>Algumas questões poderão ser resolvidas por mais de um processo, desde que este seja válido e não tenha sido pedido que a resolução obedeça a um processo específico.</p> <p>As respostas que não apresentem exatamente os termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.</p>	<p>Os itens podem ter suportes gráficos ou outros.</p> <p>Os conteúdos podem relacionar-se com mais do que uma unidade do currículo em vigor.</p> <p>A prova reflete uma visão integradora e articulada dos diferentes conteúdos programáticos da disciplina e abrange itens de tipologia diversificada, de acordo com as competências que se pretendem avaliar.</p> <p>A prova integra cinco itens de escolha múltipla, distribuídos ao longo da prova e, no máximo, treze itens de construção.</p> <p>A prova inclui um formulário.</p>	<p>A cada item de escolha múltipla é atribuída a cotação 10 pontos, num total de 50 pontos.</p> <p>A cotação atribuída às restantes questões corresponde a 150 pontos, perfazendo, a cotação da prova, um total de 200 pontos.</p>
<b>Total a transportar</b>				<b>200</b>

				Total a transportar	200
OBJETIVOS	CONTEÚDOS	CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO	ESTRUTURA	COTAÇÕES (PONTOS)	
<ul style="list-style-type: none"> <li>•Aplicar a definição de limite, segundo Heine, de uma função real de variável real, num ponto aderente ao domínio da função e a definição de limite da função quando <math>x \rightarrow -\infty</math> ou quando <math>x \rightarrow +\infty</math>, bem como as definições de limites laterais;</li> <li>•Resolver problemas envolvendo a determinação dos zeros e/ou o estudo do sinal de funções racionais;</li> <li>•Calcular, por meios algébricos, limites de funções, aplicando as respetivas propriedades e efetuando o levantamento de indeterminações.</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Entender o conceito intuitivo de assíntota ao gráfico de uma função;</li> <li>• Efetuar operações com funções racionais e simplificar as correspondentes expressões algébricas;</li> <li>• Efetuar a representação gráfica de diferentes tipos de funções racionais, entre as quais funções definidas por expressões da forma:                     <math display="block">f(x) = a + \frac{b}{x-c}; (a, b, c \in \mathbb{R}; c \neq 0)</math>                     , identificando e determinando as equações das assíntotas;</li> <li>• Resolver problemas envolvendo o estudo dos zeros, sinal e assíntotas de funções racionais, utilizando a decomposição de polinómios em fatores e quadros de sinal;</li> <li>• Utilizar a divisão de polinómios na determinação das equações das assíntotas horizontais ou oblíquas, do gráfico de uma função racional;</li> <li>• Resolver problemas que envolvam o estudo de funções racionais;</li> </ul>	<p><b>Limites segundo Heine de funções reais de variável real</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Pontos aderentes a um conjunto de números reais;</li> <li>• Limite de uma função num ponto aderente ao respetivo domínio;</li> <li>• Limites laterais;</li> <li>• Limites no infinito;</li> <li>• Operações com limites e casos indeterminados; produto de uma função limitada por uma função de limite nulo;</li> <li>• Limite de uma função composta;</li> <li>• Levantamento algébrico de indeterminações;</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo o estudo dos zeros e do sinal de funções racionais dadas as por expressões da forma <math>\frac{P(x)}{Q(x)}</math>, onde P(x) e Q(x) são polinómios;</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo a noção de limite de uma função.</li> </ul> <p><b>Assíntotas do gráfico de uma função</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Função racional e abordar o conceito intuitivo de assíntota ao gráfico de uma função;</li> <li>• Operações com funções racionais e simplificar as correspondentes expressões algébricas;</li> <li>• Representação gráfica de diferentes tipos de funções racionais, entre as quais funções definidas por expressões da forma:                     <math display="block">f(x) = a + \frac{b}{x-c}; (a, b, c \in \mathbb{R}; c \neq 0)</math>                     identificação e determinação das equações das assíntotas;</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo o estudo de dos zeros, sinal e assíntotas de funções racionais, utilizando a decomposição de polinómios em fatores e quadros de sinal;</li> </ul>	<p>Nos itens de escolha múltipla, a pontuação só é atribuída às respostas que apresentem de forma inequívoca a opção correta. Todas as outras respostas são classificadas com zero pontos.</p> <p>Nos itens de construção, os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.</p> <p>Caso ocorra, na resolução de uma etapa um erro ocasional num cálculo, é subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre.</p>			
				Total a transportar	200

				Total a transportar	200
OBJETIVOS	CONTEÚDOS	CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO	ESTRUTURA	COTAÇÕES (PONTOS)	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinar a taxa média de variação de uma função num intervalo;</li> <li>• Determinar a taxa de variação de uma função num ponto, pela definição;</li> <li>• Interpretar geometricamente a taxa média de variação e a taxa de variação;</li> <li>• Determinar o domínio, zeros, sinal e imagens de objetos da função derivada de uma função;</li> <li>• Determinar a função derivada de algumas funções;</li> <li>• Relacionar o sentido de variação e extremos relativos de uma função com o sinal da sua função derivada;</li> <li>• Aplicar os conceitos de taxa média de variação e de taxa de variação (derivada) na resolução de problemas.</li> </ul>	<p><b>Derivadas de funções reais de variável real e aplicações</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Taxa média de variação de uma função; interpretação geométrica;</li> <li>• Derivada de uma função num ponto; interpretação geométrica;</li> <li>• Derivada da soma e da diferença de funções diferenciáveis;</li> <li>• Cálculo e memorização da derivada da função constante e das funções dadas pelas expressões: <math>x</math>, <math>x^2</math>, <math>x^3</math>, <math>\frac{1}{x}</math> e <math>\sqrt{x}</math>;</li> <li>• Derivada do produto e do quociente de funções diferenciáveis;</li> <li>• Determinação de equações de retas tangentes ao gráfico de uma função;</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo a derivada e a taxa média de variação de uma função;</li> <li>• Monotonia das funções com derivada de sinal determinado num intervalo;</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo a aplicação da noção de derivada à cinemática de um ponto: função-posição, velocidade média e velocidade instantânea de um ponto que se desloca numa reta.</li> </ul>	<p>Nos itens de escolha múltipla, a pontuação só é atribuída às respostas que apresentem de forma inequívoca a opção correta. Todas as outras respostas são classificadas com zero pontos.</p> <p>Nos itens de construção, os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.</p> <p>Caso ocorra, na resolução de uma etapa um erro ocasional num cálculo, é subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre.</p>			
				Total a transportar	200

				Total a transportar	200
OBJETIVOS	CONTEÚDOS	CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO	ESTRUTURA	COTAÇÕES (PONTOS)	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conhecer e saber determinar as razões trigonométricas de um ângulo agudo <math>\alpha</math>: seno, cosseno e tangente.</li> <li>• Resolver problemas ligados ao real que envolvam a trigonometria do triângulo retângulo.</li> <li>• Conhecer as relações entre as razões trigonométricas de um mesmo ângulo e de ângulos complementares.</li> <li>• Conhecer as razões trigonométricas exatas dos ângulos de <math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math> e <math>60^\circ</math>.</li> <li>• Determinar a amplitude de um dado ângulo em radianos.</li> <li>• Converter graus em radianos e radianos em graus.</li> <li>• Relacionar o comprimento de um arco de circunferência com a respetiva amplitude.</li> <li>• Determinar a expressão geral dos ângulos com os mesmos lados e representá-los no círculo trigonométrico.</li> <li>• Determinar o valor exato de expressões que envolvam operações entre as razões trigonométricas dos ângulos anteriormente referidos.</li> <li>• Reconhecer o sinal e a monotonia do seno, cosseno e tangente, em cada um dos quadrantes do círculo trigonométrico.</li> <li>• Simplificar expressões trigonométricas por recurso a reduções ao primeiro quadrante.</li> <li>• Resolver problemas que envolvam funções trigonométricas.</li> <li>• Resolver equações trigonométricas e saber determinar as soluções das mesmas pertencentes a um dado intervalo.</li> </ul>	<p><b>Ângulos orientados, ângulos generalizados, rotações e razões trigonométricas de ângulos generalizados</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Unidades de medida de ângulos e arcos: graus e radianos;</li> <li>• Expressão geral das amplitudes de ângulos generalizados, em graus e radianos;</li> <li>• Círculo trigonométrico;</li> <li>• Reduções ao primeiro quadrante:</li> <li>• Seno e cosseno de <math>x \pm \frac{\pi}{2}</math> e de <math>x \pm \pi</math></li> <li>• Generalização da fórmula fundamental da trigonometria</li> </ul> <p><b>Funções trigonométricas</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funções reais de variável real seno, cosseno e tangente;</li> <li>• Funções trigonométricas: estudo das funções seno, cosseno e tangente;</li> <li>• Equações trigonométricas elementares;</li> <li>• Conceitos de período e de função periódica no estudo de funções trigonométricas.</li> <li>• Resolução de problemas com funções trigonométricas</li> </ul>				
				Total a transportar	200

				Total a transportar	200
OBJETIVOS	CONTEÚDOS	CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO	ESTRUTURA	COTAÇÕES (PONTOS)	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conhecer a noção de vetor e de ângulo de dois vetores</li> <li>• Determinar o valor do produto escalar, quer pela definição, quer utilizando as coordenadas dos vetores em referencial ortonormado.</li> <li>• Conhecer e utilizar as propriedades do produto escalar.</li> <li>• Utilizar cálculo vetorial na resolução de problemas e de condições.</li> <li>• Determinar as amplitudes do ângulo formado por dois vetores e do ângulo definido por duas retas.</li> <li>• Utilizar o produto escalar na determinação das condições que definem lugares geométricos (no plano: mediatriz, circunferência; no espaço: plano mediador e superfície esférica).</li> <li>• Calcular o declive de uma reta como tangente trigonométrica da inclinação, no caso da equação reduzida da reta no plano.</li> <li>• Utilizar as condições de paralelismo e de perpendicularidade de vetores e retas, quer no plano, quer no espaço.</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinar a equação cartesiana do plano definido por um ponto e um vetor normal.</li> <li>• Determinar a equação vetorial e as equações cartesianas da reta no espaço.</li> <li>• Determinar as interseções de retas, de planos e de retas e planos.</li> <li>• Resolver problemas de Geometria, envolvendo análise/interpretação de figuras planas e tridimensionais e o uso das respetivas representações em coordenadas</li> </ul>	<p><b>Produto escalar de vetores no plano e no espaço</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Definição e propriedades.</li> <li>• Perpendicularidade entre vetores e relação com o produto escalar;</li> <li>• Expressão do produto escalar nas coordenadas dos vetores em referencial ortonormado.</li> <li>• Determinação de amplitudes de ângulos de retas e vetores.</li> <li>• Inclinação de uma reta do plano e relação com o respetivo declive;</li> <li>• Relação entre o declive de retas do plano perpendiculares;</li> <li>• Resolver problemas de geometria, no plano e no espaço, envolvendo paralelismo, perpendicularidade e a noção de produto escalar de vetores.</li> </ul> <p><b>Equações de planos no espaço</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Equação cartesiana do plano definido por um ponto e um vetor normal.</li> <li>• Posições relativas de retas no plano e a relação entre os declives de retas perpendiculares;</li> <li>• Definição de retas e planos no espaço, utilizando diferentes tipos de equações;</li> <li>• Posição relativa de retas e de planos no espaço.</li> </ul> <p>Resolução de problemas de Geometria, envolvendo equações e posição relativa de retas no plano e retas e planos no espaço</p>				
				<b>Total</b>	<b>200</b>

<b>Material Permitido/Observações</b>	Caneta azul ou preta, máquina de calcular gráfica (o modelo da máquina terá que ser um dos aprovados pelo Ministério da Educação), régua, esquadro, compasso e transferidor. Não é permitido o uso de corretor.
---------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Coordenadora de Departamento: \_\_\_\_\_ \_\_/\_\_/2021